

Esercizi di base

1. Sia

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}.$$

- (1) Calcolare il dominio naturale e il segno di $f(x)$.
- (2) Dire se è possibile applicare il teorema 2.11 del libro per studiare la monotonia di $f(x)$. Se è possibile, dire cosa si ottiene.
- (3) Studiare tutti gli asintoti di $f(x)$ (usare il teorema 3.22 del libro).
- (4) Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.
- (5) Dire quali sono gli estremi superiore e inferiore e l'immagine di $f(x)$.
- (6) Dire perché $f(x)$ è invertibile e calcolare la sua inversa. Specificare il dominio e l'immagine dell'inversa.
- (7) Disegnare il grafico delle funzioni $f(-x)$, $f(|x|)$, $f(x-1)$.

2. Sia

$$f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x^2-9}\right).$$

- (1) Calcolare il dominio naturale e il segno di $f(x)$. N.B.: specificare anche gli zeri.
- (2) Studiare tutti gli asintoti di $f(x)$ (usare il teorema 3.22 del libro).

3. Sia

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2+3x}{4x^2-9}}.$$

- (1) Calcolare il dominio naturale e il segno di $f(x)$. N.B.: specificare anche gli zeri.
- (2) Studiare tutti gli asintoti di $f(x)$.